

**Geometría Diferencial**

Descripción Genérica

**Unidad de aprendizaje:** Geometría diferencial

**Etapa:** Terminal

**Área de conocimiento:** *Geometría*

**Competencia:**

Identificar curvas y superficies diferenciables en el espacio  $\mathbf{R}^3$  para poder clasificar y predecir su comportamiento mediante el uso del cálculo vectorial, fomentando la creatividad, la curiosidad y realizando trabajo en equipo para desarrollar en el estudiante el razonamiento crítico, el compromiso, la disciplina, el respeto y la responsabilidad.

**Evidencia de desempeño:**

Resolución de problemas relacionados con la geometría diferencial en los cuales el alumno tenga que mostrar que puede

- manejar los conceptos propios de la unidad de aprendizaje,
- exponer los conocimientos aprendidos de manera formal, rigurosa y clara, utilizando el análisis y la crítica en las argumentaciones así como las perspectivas geométricas y algebraicas aprendidas
- entender la teoría relacionada con la unidad de aprendizaje lo suficiente como para poder aplicarlo a problemas reales.

	HC	HL	HT	HPC	HCL	HE	CR	Requisito
Distribución	3	0	2	0	0	3	8	Cálculo vectorial

### **Contenidos Temáticos**

1. Curvas en  $\mathbf{R}^3$ .
    - 1.1 Conceptos básicos. Curvas parametrizadas; curvas diferenciables; curvas regulares. Longitud de arco como parámetro natural.
    - 1.2 Curvatura y torsión; fórmulas de Frenet-Serret.
    - 1.3 Teorema Fundamental de la Teoría Local de Curvas. Forma canónica local. Círculo osculador.
    - 1.4 Ejemplos de curvas: curvas planas; curvatura con signo. Curvas en dimensiones superiores.
    - 1.5 Curvas definidas por una ecuación  $F(x, y) = 0$ .
    - 1.6 Temas optativos:
      - 1.6.1 Curvas cerradas.
      - 1.6.2 Teorema de la Curva de Jordan.
      - 1.6.3 Índice de un punto respecto a una curva.
      - 1.6.4 Teorema de la rotación de la tangente.
      - 1.6.5 Teorema de la Desigualdad Isoperimétrica.
      - 1.6.6 Teorema de los Cuatro Vértices.
      - 1.6.7 Clasificación topológica de curvas diferenciables.
  
  2. Superficies en  $\mathbf{R}^3$ .
    - 2.1 Superficies regulares y variedades diferenciables de dimensión 2.
    - 2.2 Teorema de Whitney.
    - 2.3 Sistemas de coordenadas locales.
    - 2.4 Superficie como gráfica local.
    - 2.5 Superficie como imagen inversa de un valor regular. Teorema del Rango.
    - 2.6 Funciones y aplicaciones diferenciables sobre superficies.
    - 2.7 Teorema de la Función Inversa.
    - 2.8 Plano tangente a una superficie en un punto. Vectores tangentes como derivaciones de funciones.
    - 2.9 La primera forma fundamental. Orientabilidad. Teorema de Clasificación de Superficies. Área.
  
  3. La Aplicación de Gauss.
    - 3.1 Definición de la Aplicación de Gauss. El grado de la Aplicación de Gauss. Curvatura normal y curvatura geodésica. Direcciones principales y asintóticas.
    - 3.2 Curvatura gausseana. Curvatura media. Teorema Egregio y geometría intrínseca.
    - 3.3 Fórmulas de Mainardi-Codazzi. Teorema Fundamental de la Teoría Local de Superficies.
    - 3.4 Campos tangentes. Curvas integrales.
    - 3.5 El teorema de Gauss-Bonnet y sus consecuencias.
-

### **Referencias bibliográficas actualizadas**

#### **Básica**

1. **Do Carmo, M.**, *Differential Geometry of Curves and Surfaces in  $\mathbf{R}^3$* . Prentice Hall, 1976.
2. **Hilbert, D. Y Cohn Vossen, S.**, *Geometry and the Imagination*. Vínculos Matemáticos 150, Facultad de Ciencias, UNAM, 2000.
3. **O'Neill, B.**, *Elementary Differential Geometry*. Academic Press, 1997.
4. **Pogorelov, A. V.**, *Geometría Diferencial*, MIR, 1977.
5. **Stoker, J.**, *Differential Geometry*. Wiley-Interscience, 1969.

#### **Complementaria**

1. **Arnold, V. I.**, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Springer-Verlag, 1989.
2. **Landau, L.**, *Mecánica*. Reverté, 1978.
3. **Milnor, J.**, *Morse Theory*, Princeton University Press, 1963.
4. **Spivak, M.**, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish, 1999.